THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION,

OCTOBER - 2022

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FOURTH SEMESTER

PART - II - MATHEMATICS

Paper : IV : REAL ANALYSIS

(Under CBCS New Regulation w.e.f. the academic Year 2021-22)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION-A

విభాగము - ఎ

Answer any Five of the follwoing questions. (5×5=25)

1. Prove that a sequence can have at most one limit.

ఒక అనుక్రమానికి మహా అయితే, ఒక అవధి వుండును, అని నిరూపించండి.

2. Let (x_n) be a sequence defined by $x_1 = 2,\ x_2 = 2$ and $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-2} + x_{n-1})$ for n>2. Then prove that (x_n) is convergent.

(x_n) అనుక్రమాన్ని $x_1 = 2,\ x_2 = 2$ మరియు n>2 కు $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-2} + x_{n-1})$ గా నిర్వచిస్తే (x_n) అభిసరిస్తుంది అని నిరూపించండి.

3. Test the convergence of the series $\sum \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.

$\sum \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ శ్రేణి అభిసరణతను పరీక్షించండి.

4. If $\sum a_n,\ a_n > 0$ is convergent, then prove that $\sum \sqrt{a_n}$ is also convergent.

$\sum a_n,\ a_n > 0$ అభిసరిస్తే, $\sum \sqrt{a_n}$ కూడా అభిసరిస్తుంది, అని నిరూపించండి.

5. Show that $f(x)=x^2$ is uniformly continuous on [a,b].

$f(x)=x^2$, [a,b] పై ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నం అని చూపండి.

6. If f is continuous on [a,b], then prove that f is bounded on [a,b].

f, [a,b] పై అవిచ్ఛిన్నం అయితే, f పరిబద్ధం అని చూపండి.

7. If f is differential on an interval I and $f'(x)\geq 0$ for all $x\in I$, then prove that f is increasing on I.

అంతరం I పై f అవకలనీయం మరియు ప్రతి $x\in I$ కు $f'(x)\geq 0$ అయితే, f ఆరోహణం అని నిరూపించండి.

8. Show that, every constant function is Riemann integrable on [a,b].

ప్రతి స్థిర ప్రమేయం [a,b] పై రీమాన్ సమాకాలనీయం అని చూపండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer **All** questions. **(5×10=50)**

9. a) Prove that $\lim_{n\to\infty} n^{1/n}=1$.

$\lim_{n\to\infty} n^{1/n}=1$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Bolzano - Weierstrass theorem for sequences.

అనుక్రమాల బోల్జాన్ వెయ్‌ర్‌ట్రస్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

10. a) Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ converges when p>1.

p>1 అయినపుడు, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ శ్రేణి అభిసరిస్తుంది, అని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Integral test for series.

శ్రేణుల సమకాలన పరీక్షను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

11. a) Let f be a continuous function on [a,b] such that $f(a)f(b)<0$. Then prove that there exist $c \in (a,b)$ such that f(c) = 0.

f అనేది [a,b] పై అవిచ్ఛిన్నం మరియు $f(a)f(b)<0$ అనుకొనుము. ఒక $c \in (a,b)$ అనేది $f(c)=0$ అయ్యే విధంగా వ్యవస్థితం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) If f is a real valued continuous function defined on [a,b], then prove that f is uniformly continuous on [a,b].

వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం f, [a,b] పై అవిచ్ఛిన్నం అయితే, అపుడు f ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నం అని నిరూపించండి.

12. a) Let $g: I \to R$ and $f: J \to R$ be functions such that $f(J)$ is a subset of I, and $\in J$. If f is differentiable at c, and if g is differentiable at $f(c)$, then prove that the composite function gof is differentiable at c and $(gof)'(c) = g'(f(c))f'(c)$.

$g: I \to R$ మరియు $f: J \to R$ లు f(J), I కి ఉపసమితి మరియు $c \in J$ అయ్యేవిధంగా రెండు ప్రమేయాలు అనుకొనుము. f, c వద్ద అవకలనీయం మరియు g, f(c) వద్ద అవకలనీయం అయితే సంయుక్త ప్రమేయం gof, c వద్ద అవకలనీయం మరియు $(gof)'(c) = g'(f(c))f'(c)$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Roll's theorem.

రోల్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

13. a) State and prove first fundamental theorem of calculus.

మొదటి కలన గణిత సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Suppose that f and g two functions in R[a,b]. Then prove that, if $f(x) \le g(x)$ for all $x \in [a,b]$, then $\int_a^b f \le \int_a^b g$.

f మరియు g లు, R[a,b] లో రెండు ప్రమేయాలు అనుకొనుము. ప్రతి $x \in [a,b]$ కి $f(x) \le g(x)$ అయితే $\int_a^b f \le \int_a^b g$ అని నిరూపించండి.